

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Нгензи Жана Клода «Анализ нелинейных колебаний упругих прямоугольных пластинок в вязкой среде с изменяемой вязкостью при наличии внутренних резонансов», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «механика деформируемого твердого тела»

**1. Актуальность темы.** При свободных затухающих колебаниях упругих нелинейных пластинок, находящихся в вязкой среде в условиях одного из многочисленных внутренних резонансов, происходит, как правило, перекачка энергии из горизонтальных колебаний пластинки в вертикальные и наоборот. Подобная перекачка энергии может приводить как к возникновению трещин в элементах конструкции, так и к разрушению конструкции в целом.

Так как внутренний резонанс является конструкционным резонансом в отличие от внешнего резонанса, от которого можно избавиться, изменив частоту внешнего воздействия, то внутренний резонанс зачастую неустраним, поскольку готовую конструкцию уже не переделать, а при конструировании невозможно предугадать наличие в конструкции того или иного резонансного сочетания собственных частот. Поскольку таких сочетаний очень много, то их необходимо детально исследовать.

Целями данного исследования являются:

Анализ свободных затухающих колебаний упругих пластин в вязкой среде, демпфирующие свойства которой описываются реологической моделью, содержащей дробную производную, при наличии условий внутреннего резонанса и комбинационного резонанса. Изучение влияния параметра дробности на процесс перекачки энергии, происходящий при нелинейных колебаниях пластинок, находящихся в условиях внутреннего резонанса.

Исследование влияния малой вязкости на характер колебательных режимов пластинки, движения которой описываются системой трех нелинейных уравнений, в условиях всех возможных внутренних резонансов.

Итерационный метод в задачах приклепывания ребер жесткости затем трансформируется в численный метод.

**2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций.** Автором диссертационной работы изучены и проанализированы известные достижения и результаты других авторов по численным методам решения задач механики нелинейных колебаний упругих прямоугольных пластинок в вязкой среде при наличии внутренних резонансов и численным

алгоритмам их решения. На основе проведенного анализа созданы усовершенствованные основы численного анализа нелинейных колебаний упругих прямоугольных пластинок в вязкой среде с изменяемой вязкостью при наличии внутренних резонансов.

Основные положения диссертации обосновываются с помощью использования общепринятых моделей и подходов. Для подтверждения теоретических положений и эффективности разработанных алгоритмов автором выполнено решение ряда задач, проведено сравнение расчетных результатов и известных решений, полученных ранее другими авторами.

**3. Научная новизна результатов исследований.** Основным результатом диссертационной работы является разработка нового подхода, позволяющего решать задачи о колебаниях тонких тел более эффективно при учете внутреннего резонанса. Диссертант к описанию вязкости использует подход опирающийся на использование дробной производной. Дополнительный параметр дробности позволяет описать поведение пластинок как в условиях обычной вязкости, приводящей к установившимся колебаниям, так и в условиях дробной вязкости, приводящей к неустойчивым колебаниям пластинки. Неустойчивые колебания возникают в том случае, когда вязкость зависит от частоты колебаний. Кроме того, автору удалось развязать связанные линейные части определяющей системы нелинейных уравнений, что позволило довольно просто и наглядно найти ее решение, используя метод многих временных масштабов.

**4. Достоверность** результатов диссертационной работы определяется систематическим использованием принципов математического моделирования, широким применением апробированных методов вычислительной механики, а также выполненным сравнением полученных численных решений с ранее полученными данными.

**5. Практическая значимость.** Явление внутреннего резонанса требует очень серьезного изучения, поскольку в тонкой пластине всегда присутствуют какой-либо из десяти найденных типов внутреннего резонанса. Полученные в диссертационной работе результаты могут быть использованы проектными и научно-исследовательскими организациями при проектировании конструкций, которые в процессе колебаний могут оказаться в условиях различных внутренних резонансов.

При наличии возмущающей гармонической силы данный подход позволит избегать наложения внешнего резонанса на внутренний, поскольку такое наложение может привести к необратимым последствиям.

Научные исследования выполнялись в рамках проектной части государственного задания Министерства образования и науки РФ в сфере науч-

ной деятельности «Новый подход к изучению нелинейных колебаний тонких вязкоупругих тел, демпфирующие свойства которых определяются дробными операторами Ю.Н. Работонова и другими операторами дробного порядка» (проект № 7.22.2014/К ).

## **6. Структура работы и основные научные результаты разделов.**

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка используемой литературы из 40 наименований. Объем диссертации составляет 147 страницы, включающей 30 рисунков.

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследования, научная новизна и практическая ценность полученных результатов.

**В первой главе** приведена постановка задачи о свободных нелинейных колебаниях упругих пластин в вязкой среде, демпфирующие свойства которой определяются дробными производными, в случае, когда колебательные движения описываются системой трех нелинейных уравнений относительно трех перемещений в трех взаимно перпендикулярных направлениях, линейные части которых взаимосвязаны. Приведена классификация типов внутреннего резонанса в зависимости от порядка малости вязкости, учитываемой в уравнениях колебаний.

Предложен новый подход, позволяющий развязать линейные части нелинейных уравнений движения пластинок, что в конечном итоге позволило автору **во второй главе** получить аналитическое решение системы нелинейных уравнений методом последовательных приближений для любых значений параметра дробности при исследовании внутреннего резонанса два-к-одному.

**Третья глава** посвящена анализу внутренних резонансов, возникающих в рассматриваемой системе при учете малой вязкости порядка  $\varepsilon^2$ . Получены системы нелинейных разрешающих уравнений для амплитуд и фаз колебаний для случаев внутренних резонансов один-к-одному и комбинационных резонансов аддитивно-разностного типа. Показано, что при свободных колебаниях пластинки в условиях внутреннего резонанса могут наблюдаться три режима колебаний: стационарные колебания (при отсутствии демпфирования), квазистационарные колебания (демпфирование описывается обычной производной целого порядка) и нестационарный режим (демпфирование описывается производной дробного порядка).

**В четвертой главе** дан качественный численный анализ фазовых портретов на основе гидродинамической аналогии для различных внутренних резонансов и комбинационных резонансов аддитивного и разностного

типов при различных значениях параметров пластинки. Изучены все виды колебаний: стационарные колебания, двухсторонний энергообмен между рассматриваемыми подсистемами и односторонний энергообмен. Получены аналитические солитоноподобные решения, определяющие необратимую перекачку энергии из одной подсистемы в другую.

Заключение содержит краткий обзор основных результатов, полученных в диссертационной работе.

## **7. Замечания.**

1. Постановка исходной задачи диссертантом приводится очень кратко с помощью ссылок на статьи научного руководителя. При этом даже не дано определение малого безразмерного параметра  $\varepsilon$ , по которому разлагаются искомые функции.

2. В диссертации сказано о том, что дробную производную на конечном временном интервале можно заменить дробной производной на бесконечном временном интервале. Однако это утверждение нигде не доказывается, хотя приводится ссылка на статью руководителя в международном журнале. Было бы неплохо, если бы данный подход, используемый в работе, был проиллюстрирован на конкретном примере одного из внутренних резонансов.

3. Список использованных источников включает в себя 40 наименований. Этот список мог быть и более полным, если бы в нем были приведены больше монографий и оригинальных статей, имеющих отношение к диссертационному исследованию.

4. Еще одно общее замечание касается оформления диссертации. Имеются неточности и стилистические ошибки. Так в формуле (261) и в формулах на страницах 100 – 118 используются обозначения тригонометрических функций из статей на английском языке, а на странице 140 в последнем абзаце имеет место пропуск слов.

## **8. Заключение.**

Диссертация Нгензи Ж.К., представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, является законченным научно-исследовательским трудом, выполненным на достаточно высоком научном уровне. Она содержит новые решенные задачи, которые имеют существенное значение для механики деформируемого твердого тела и в целом заслуживает положительной оценки. Полученные автором результаты достоверны, выводы и заключения обоснованы. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Основные результаты опубликованы и отражены в 5 работах по теме диссертации и докладывались на представительных научных конференциях и семинарах. Диссертационная работа соответствует критериям положения «О порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 г. № 842.

Учитывая изложенное выше, считаю, что Нгензи Жан Клод заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Доктор физико-математических наук, профессор,  
Государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования "Московский городской университет  
управления Правительства Москвы"  
кафедра финансового менеджмента

 В.А. Ковалев

Адрес: 107045, Москва, ул. Сретенка, 28, МГУУ Правительства Москвы

Телефон: 8 495 957 75 76  
E-mail: [vlad\\_koval@mail.ru](mailto:vlad_koval@mail.ru)

Подпись профессора Ковалева В.А. подтверждаю

Ученый секретарь университета

*11 декабря 2015*



Е.О. Соломатина